

涡轮盘概率风险的评估方法

孙杨慧, 杨 坤, 侯乃先, 陈 健, 白国娟

(中国航空工业集团公司 商用航空发动机有限责任公司, 上海 201108)

摘 要: 针对 CCAR33.70 条款对涡轮盘开展概率风险评估的要求,研究了响应面法在定义重点采样区间以及计算裂纹扩展寿命中的应用,给出了在蒙特卡洛模拟过程中应用响应面法定义失效域,缩短样本方差、提高抽样效率的方法。分析结果表明应用重点采样法可以极大地提高抽样效率。采用重点采样法获得的失效样本数与总样本数的比例高达 94%,远大于传统的直接抽样法获得的失效样本数与总样本数的比例(仅为 33%)。该方法可以在保证分析精度的条件下减少样本的数量。另外,应用响应面法拟合寿命近似方程,可以极大地缩减裂纹扩展寿命的计算时间:利用寿命近似方程开展 10^4 次随机抽样所花费的时间仅有 2 min,远低于应用传统寿命计算方法所花费的时间(288 min)。通过对寿命近似方程的寿命计算误差分析可以看出:最大计算误差仅有 1.0%,计算结果与传统裂纹扩展寿命模型的计算结果吻合度高。该研究成果可以提高涡轮盘概率风险评估的效率。

关 键 词: 概率风险评估; 涡轮盘; 响应面; 蒙特卡洛; 重点采样

中图分类号: V231.91

文献标志码: A

Probabilistic risk assessment method for turbine disk

SUN Yang-hui, YANG Kun, HOU Nai-xian,

CHEN Jian, BAI Guo-juan

(Commercial Aircraft Engine Company Limited, Aviation Industry Corporation of China,
Shanghai, 201108, China)

Abstract: For the turbine disk probabilistic risk assessment requirement of CCAR 33.70 airworthiness regulation, the applications of response surface method used in definition of failure zone and estimation of crack growth life were studied. A method of variance reduction of sampling and improving sampling efficiency was demonstrated based on the response surface method to allocate the failure sampling zone during Monte Carlo simulation. It was shown that importance sampling method could significantly improve sampling efficiency: samples rate between failure samples and total samples was 94% by importance sampling method, bigger than traditional direct sampling method (only 33%). The importance sampling method can minimize the total number of samples required to achieve a desired analysis accuracy results. In addition, the life approximation function by response surface method was presented to significantly reduce the computation time of crack growth life: computation time for 10^4 samples was only 2 minutes by using life approximation function, which was much shorter than traditional life model (288 min). The life error analysis showed that the maximum error was only 1.0%, which had good agreement with traditional method of crack growth life. These results can be applied to improve the efficiency of turbine disk probabilistic risk assessment.

Key words: probabilistic risk assessment; turbine disk; response surface; Monte Carlo; importance sampling

涡轮盘是航空发动机主要零部件之一,在高温、高转速下工作,环境严酷,所承受的载荷复杂,一旦发生破裂,将产生非包容的高能碎片,引起危害性发动机后果^[1]. 1989年苏城空难^[2]和1996年潘城空难^[3]表明材料缺陷是导致涡轮盘破裂的不可忽视的故障模式,中国民航规章33部70条(CCAR 33.70)“限寿件”咨询通告要求对发动机限寿件开展概率风险评估,量化由缺陷引起盘破裂的发生概率.同时CCAR 33.75“发动机安全分析”条款也要求对“非包容高能碎片”这一危害性事件开展定量分析,已表明其发生概率满足最低安全性要求.

限寿件概率风险评估与安全寿命方法不同,它采用断裂力学分析方法,考虑缺陷分布、无损探伤检出概率分布、材料以及载荷等变量的随机性,应用数值模拟的方法获得限寿件在批准寿命内的失效风险值,量化由材料缺陷所导致的结构件在批准寿命内发生破裂的概率,并判断该值是否满足设计目标风险值(DTR)的要求.概率风险评估结果不仅会影响限寿件的批准寿命,同时也会对限寿件的结构设计、检查间隔、检查措施等提供优化建议.由于发动机限寿件的寿命设计是一个多次迭代的过程,其中的任何一步都可能对最终的失效概率产生较大影响,若概率风险评估所需的计算时间和计算成本过于高昂,就会限制其在设计过程中的应用.由此可见,概率计算方法是概率风险评估中的关键组成部分,其计算精度、计算效率将直接决定概率风险评估的实用性与时效性.

蒙特卡洛数值模拟方法,由于它对结构功能函数的形式、基本随机变量的维数以及联合概率密度函数分布类型均无要求,因而应用范围较广^[4-6].该方法只要建模准确、样本空间足够大,所得结果就可认为是可信的.然而,由于涡轮盘的设计目标风险值是极小可能概率(一般要求小于 1.0×10^{-9} /飞行小时)^[1],若想得到收敛的结果,就需要巨大的样本空间,同时每抽取一个样本都需要开展一次裂纹扩展寿命计算,虽然采用超级计算机和并行计算方法可以进行这样的运算,但也是对计算资源的浪费,因为只有极少数的样本会落入失效域,而恰恰是这些样本才是真正需要的样本.

缩减样本方差、提高裂纹扩展寿命的计算效

率是应用蒙特卡洛法开展限寿件概率风险评估亟需解决的问题.重点采样法^[7]、分层抽样法^[8]和控制变量法^[9]等方差缩减技术可以提高蒙特卡洛抽样效率.张峰等提出的截断重点采样法^[10],通过混合遗传算法优化获得结构失效点,并以此构建 β 球,获得样本点的失效域区间,从而极大地提高抽样效率,然而应用该方法的前提是要获得结构的功能函数,即设计变量与目标值的函数关系,而实际工程中,由于结构复杂,作用形式多样,结构功能函数通常是高度非线性的隐式函数,无法给出明确的数学解析式,因此无法直接应用上述方法定义重点采样区间. Karamchandani等用“分区选代表”的方法构造重点采样密度函数,但方法较为繁琐,很难在工程中应用^[11].

针对裂纹扩展寿命的计算,通常是基于Pairs公式,通过计算应力强度因子,获得裂纹扩展与循环次数的对应关系,其中应力强度因子的计算过程较为复杂^[12-13],尤其当该过程被嵌套在蒙特卡洛模拟中时,由于样本数目大,将会消耗大量的计算资源,降低蒙特卡洛模拟效率. Wu等^[14-15]提出的寿命近似法来代替裂纹扩展寿命计算过程,极大地提高了分析效率.

本文在上述研究的基础上,以某型高压涡轮1级盘概率风险评估为例,研究响应面法在缩减蒙特卡洛抽样方差以及提高裂纹扩展寿命计算效率中的应用,比较应用不同抽样方式与裂纹扩展寿命模型在计算精度以及计算效率方面的差异性,为发动机限寿件概率风险评估提供高效概率分析方法.

1 响应面法的基本原理

响应面法(response surface method, RSM)是一种统计学的综合试验技术,用于处理复杂结果的输入与输出的映射关系问题^[16-17].它采用有限次的数值试验,通过回归拟合解析表达式来模拟真实的极限状态曲面.响应面法的核心内容是随机输入变量的试验点选取以及如何根据随机输入变量与随机输出参数之间的关系进行退化分析,确定响应面函数.

权衡考虑计算量、计算稳定性以及计算的精度,本文拟采用不含交叉项的二次多项式函数形式来拟合响应面函数,即

$$\bar{Z}(x_i) = a_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^n c_i x_i^2 \quad (1)$$

式中 $x_i, i=(1, 2, \dots, n)$ 为独立的随机变量; $a_0, b_i, c_i, i=(1, 2, \dots, n)$ 为待定系数。

2 涡轮盘概率风险评估案例

2.1 涡轮盘有限元模型及应力分析

以涡轮盘的 1/67(1 个循环对称段)作为分析模型,有限元模型见图 1,材料为粉末高温合金,施加温度载荷与离心力载荷,将叶片的离心力平均为榫槽接触面上的法向压力,计算得到涡轮盘的等效应力云图见图 2。

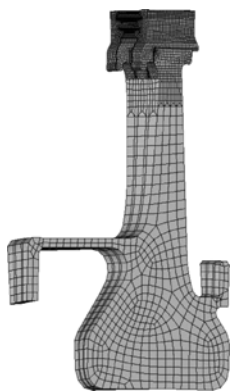


图 1 涡轮盘有限元模型

Fig. 1 Finite element model of turbine disk

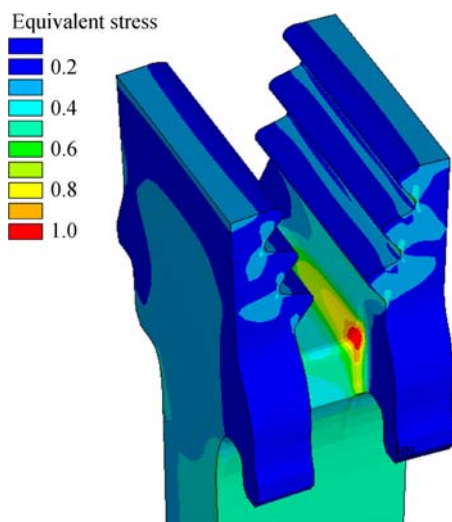


图 2 涡轮盘等效应力分布云图

Fig. 2 Equivalent stress distribution of turbine disk

根据应力分析结果,可以获得最大转速下涡轮盘最大等效应力位置,见图 2。由于该点处的应力值超出了材料的屈服极限强度,因此需要对线

弹性应力结果进行塑性修正,按式(2)进行 Neuber 塑性修正,获得应力最大点处塑性修正值。

$$\frac{(K_t S)^2}{E} = \sigma_r \left[\frac{\sigma_r}{E} + \left(\frac{\sigma_r}{K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \right] \quad (2)$$

式中 K_t 为应力集中系数, S 为名义应力, E 为弹性模量, σ_r 为塑性修正后的真实应力, K' 为循环强度系数, n' 为循环应变硬化指数。

由于榫槽处的最大应力点是导致涡轮盘破裂的最大可能点,也是低循环疲劳重点考核部位,因此将该点作为涡轮盘概率风险评估的关键点。

2.2 应用 ANSYS 概率设计平台,获得危险点的应力分布

在涡轮盘设计、加工、使用过程中,涉及多种不确定因素,包括载荷、材料、尺寸等,这些不确定因素都会影响涡轮盘的应力^[17]。为了量化设计输入变量的分散性对榫槽处(应力集中部位)应力的影响,应用 ANSYS 概率设计模块对涡轮盘榫槽处(应力集中部位)的应力开展了分析。概率分析模型中考虑涡轮盘转速、材料力学参数的分散性,并按照各参数的分布特征(详见表 1)进行了 500 次抽样,获得涡轮盘榫槽处的应力分布特征,并对概率分布曲线进行高斯拟合,见图 3 所示,其中拟合相关度为 99.99%。从图中可以获得榫槽处(应

表 1 涡轮盘载荷及材料属性的统计特征

Table 1 Statistical characters of load and material property of turbine disk

随机变量	变异系数	分布类型
弹性模量/GPa	0.03	高斯
密度/ 10^3 (kg/mm ³)	0.05	高斯
转速/(rad/s)	0.05	高斯

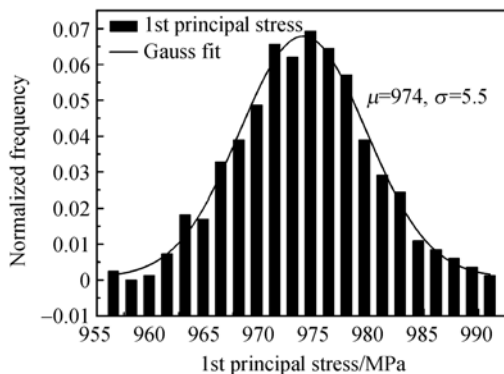


图 3 涡轮盘榫槽处第一主应力分布

Fig. 3 1st principal stress distribution of slot in turbine disk

力集中部位)的第一主应力均值为 974 MPa, 均方差为 5.5 MPa, 概率密度函数见式(3).

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2} \quad (3)$$

式中 x 为第一主应力, μ 为均值, σ 为均方差, 其中 $\mu=974$, $\sigma=5.5$.

2.3 定义裂纹模型

根据最大应力点出现的位置定义裂纹类型. 从图 2 中可以看到最大应力点出现在榫槽的边缘, 因此定义该点处的裂纹类型为角裂纹. 考虑最危险的情况即裂纹面与第一主应力垂直来定义裂纹面与主应力的角度. 简化后的裂纹模型见图 4, 其中 W 与 T 表示与裂纹扩展速率相关的涡轮盘几何特征, S_1 表示第一主应力. 参考文献[18]中的裂纹长度分布类型, 定义该点处角裂纹满足指数分布: 均值为 0.07 mm, 方差为 0.0049 mm, 分布特征曲线见图 4.

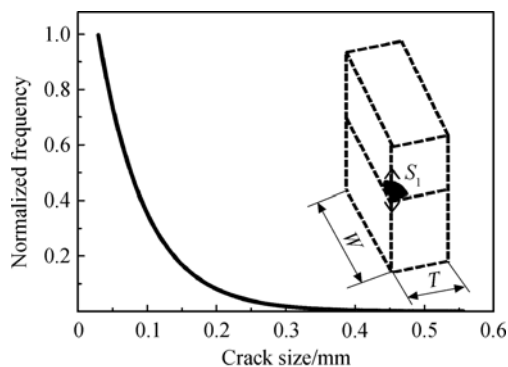


图4 裂纹模型及初始裂纹长度分布

Fig. 4 Crack model and initial crack size distribution

本文假设给定的涡轮盘安全寿命为 4500 个循环, 下文将根据以上给出的涡轮盘应力分布特征、裂纹长度分布特征, 研究响应面法在涡轮盘概率风险评估中的应用.

3 基于响应面法定义重点采样区间

3.1 定义试验点采样区间

响应面函数的拟合关键在于试验点的选取, 为了较为准确地定义失效样本区间, 首先需要确定试验点的选取区间.

涡轮盘设计风险值由两个部分构成, 包括裂纹存在的概率以及在裂纹存在的条件下由裂纹导致涡轮盘破裂的概率, 可以表示成

$$p_{\text{disk}} \approx p_i \alpha \quad (4)$$

式中 p_i 表示裂纹存在条件下由裂纹导致盘破裂

的概率; α 表示裂纹出现的概率. 涡轮盘的设计目标风险值要求在每个循环下盘的失效率必须小于 1.0×10^{-9} , 因此盘在给定的安全寿命内 (4500 个循环) 可接受的失效概率为

$$p_{\text{disk}} < 10^{-9} \times 4500 = 4.5 \times 10^{-6} \quad (5)$$

一般情况下, 涡轮盘中裂纹出现的概率 $\alpha < 10^{-4}$ [19], 因此, 由裂纹所导致涡轮盘破裂的概率要求为

$$p_i < 4.5 \times 10^{-2} \quad (6)$$

根据式(6)可以初步估算蒙特卡洛的样本数约为 10^4 个.

根据 2.2 节中获得的榫槽处 (应力集中部位) 第一主应力概率密度分布函数, 可以得到应力取值大于 3σ 或小于 -3σ 的概率值小于 10^{-4} , 故可以定义该点处的应力取值范围为 $[-3\sigma, 3\sigma]$, 即 $[957.5, 990.5]$ MPa.

在给定应力试验点取样区间下, 结合 2.3 节中定义的裂纹模型, 应用 Paris 公式, 得到在应力最大条件下 (3σ ; 990.5 MPa) 角裂纹扩展的门槛长度为 0.076 mm, 将该值作为裂纹长度试验点的下限值, 上限值定义为可见裂纹长度, 即 0.76 mm.

3.2 响应面函数拟合

根据以上定义的试验点区间, 均匀生成若干个试验点, 利用裂纹扩展寿命模型, 获得裂纹扩展寿命, 并运用不含交叉项的二项式形式拟合响应面函数. 响应面函数形式为

$$N(x_1, x_2) = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + b_1 x_1^2 + b_2 x_2^2 \quad (7)$$

式中 x_1 表示初始裂纹长度; x_2 表示应力; N 表示裂纹扩展寿命. 为了平衡响应面函数中的系数, 对输入变量做如下变换:

$$x'_1 = 32x_1 - 2.2 \quad x'_2 = 0.19x_2 - 176 \quad (8)$$

根据以上模拟试验的结果, 拟合式(7)中的待定系数, 结果为 $a_0 = 6814.15$; $a_1 = -497.6$; $a_2 = 86.6$; $b_1 = 13$; $b_2 = -8$.

二项式函数拟合的相关系数为 0.992, 方均根误差为 155. 三维响应面图见图 5 所示, 其中横坐标为初始裂纹长度与应力, 纵坐标为裂纹扩展寿命. 从图中可以看出, 对于本文所研究角裂纹扩展寿命, 对初始裂纹长度的敏感度高于对应力的敏感度.

3.3 定义失效域区间

直接抽样法由于抽样效率低, 无法满足小概率事件的仿真分析, 重点采样法是一种方差缩减

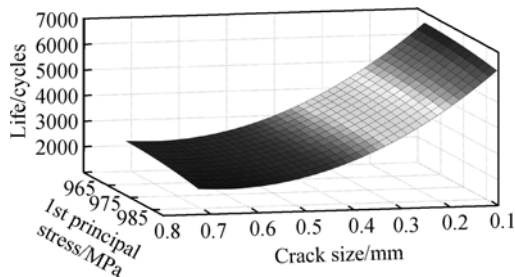


图5 裂纹扩展寿命响应面

Fig. 5 Response surface of crack growth life

技术,其基本思想是通过改变随机变量的抽样重心,提高对失效概率贡献大的样本出现的概率,使抽取的样本点有更多的机会落入失效域内。

根据以上获得的响应面函数,以裂纹扩展到失稳条件对应的循环寿命是否到达盘的安全寿命为失效判定准则,建立涡轮盘破裂极限状态方程^[20],即

$$G(x_1, x_2) = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + b_1 x_1^2 + b_2 x_2^2 - 4500 \quad (9)$$

当 $G(x_1, x_2) > 0$ 时,盘处于可靠状态;当 $G(x_1, x_2) < 0$ 时,盘处于失效状态;当 $G(x_1, x_2) = 0$ 时,盘处于极限状态。

令 $G(x_1, x_2) = 0$, 获得极限状态条件下输入变量 x_1 与 x_2 的曲线关系,如图6所示。

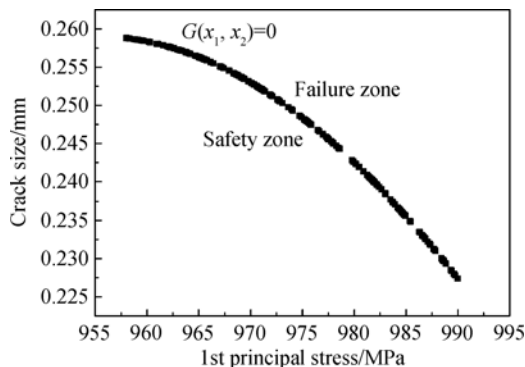
图6 极限状态下输入变量 x_1 与 x_2 的关系曲线Fig. 6 Relation curve of input variables x_1 and x_2 under limit state

图6给出了失效域与安全域的样本区间,对于落在安全域的样本,由于不会引起盘失效,因此在进行蒙特卡洛模拟中可不抽取该区域的样本,将抽样区间转移到失效域中。根据以上分析可以获得在极限状态条件下,应力取值范围为 $[-3\sigma, 3\sigma]$ 所对应的初始裂纹失效域区间为 $[0.22, 0.76]$ mm。

4 利用响应面函数拟合裂纹扩展寿命方程

为了提高涡轮盘概率风险评估的分析效率,减少裂纹扩展寿命的计算时间,本文利用不含交叉项的二项式函数拟合裂纹扩展寿命方程。根据上文中定义的重点采样区间,均匀生成若干个样本点,利用 Paris 公式计算裂纹扩展寿命,拟合二项式系数。拟合后的二项式函数为

$$N(x'_1, x'_2) = 7258.6 - 424.6x'_1 - 140x'_2 + 11(x'_1)^2 + 4.5(x'_2)^2 \quad (10)$$

式中 $x'_1 = 32x_1 - 2.2$; $x'_2 = 0.19x_2 - 176$ 。二项式拟合的均方差为 30,相关系数为 0.999。

为了评估响应面函数在计算裂纹扩展寿命中的精度,本文开展了基于该二项式函数预测裂纹扩展寿命的误差分析,见图7所示。从图中可以看出计算误差主要集中在 $[0.008\%, 1.0\%]$ 之间,有较高的预测精度,能够满足工程需要^[21]。

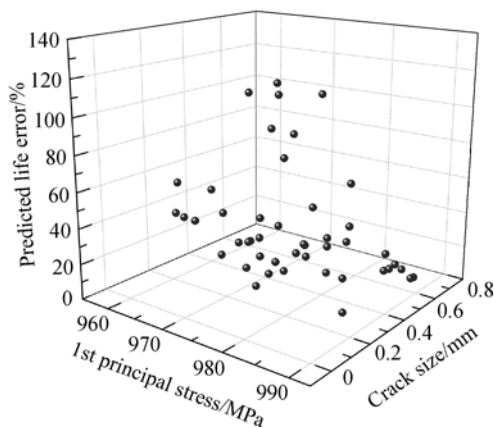


图7 基于响应面函数预测裂纹扩展寿命的误差分析

Fig. 7 Error analysis of crack growth predicted life based on response surface function

5 蒙特卡洛数值模拟结果分析

为了比较不同抽样方式以及不同的裂纹扩展寿命计算方法在模拟精度以及分析效率方面的差异性,本文分别采用4种抽样方法(包括直接抽样、拉丁抽样、直接抽样与重点采样、拉丁抽样与重点采样法)与两种裂纹扩展寿命计算方法(包括基于 Paris 公式计算裂纹扩展寿命与利用二项式函数计算裂纹扩展寿命),利用 Isight 软件集成,开展涡轮盘概率风险评估。

以 10^5 次拉丁抽样,利用 Paris 公式计算裂纹扩展寿命所得到的涡轮盘失效概率值为精确解

($p_f = 0.0366$), 比较采取不同抽样方式与寿命计算方法开展 10^4 次蒙特卡洛模拟的计算精度与计算效率, 详见表 2。从表 2 中可以看出, 在相同抽样次数下, 采取抽样区间为重点采样区间、抽样方式为拉丁抽样、裂纹扩展寿命计算模型为 Pairs 公式的组合方式开展涡轮盘概率风险评估, 分析精度较高 (误差值为 0.003), 但消耗的时间较长 (时间为 288 min), 而采取抽样区间为重点采样区

间、抽样方式为拉丁抽样、裂纹扩展寿命计算模型为响应面函数的组合方式开展涡轮盘概率风险评估, 分析效率大大提高, (10^4 次抽样分析所消耗的时间为 2 min, 误差值为 0.043), 但该精度已经可以满足工程需求。以上的分析结果表明应用响应面函数计算裂纹扩展寿命, 在满足分析精度的条件下, 可以极大地提高蒙特卡洛的分析效率。

表 2 不同抽样方式以及裂纹扩展寿命计算方法的蒙特卡洛数值模拟结果

Table 2 Monte Carlo simulation results based on variable sampling methods and crack growth life calculation methods

抽样方法	裂纹扩展寿命计算方法					
	Pairs 公式计算模型 (10^4 次抽样)			响应面法 (10^4 次抽样)		
	概率值	误差值	时间/min	概率值	误差值	时间/min
直接抽样	0.0393	0.074	288	0.0405	0.1	2
拉丁抽样	0.0380	0.038	288	0.0393	0.07	2
直接抽样与重点采样	0.0368	0.005	288	0.0382	0.043	2
拉丁抽样与重点采样	0.0367	0.003	288	0.0382	0.043	2

另一方面, 从 10^4 个样本点的分布图中可以看出, 通过重点采样法抽取的样本点绝大部分都落在了失效域 (如图 8 中红色点所示), 仅有极少数样本点对失效概率没有贡献 (见图 8 中黑色点所示); 而采用直接抽样的方法, 大部分样本点都对失效概率没有贡献, 仅有少数样本落在失效域 (见图 9 中红色点所示), 因此要获得同样收敛精度的分析结果, 直接抽样法将需要大量的样本数; 相比之下, 重点采样法能有效地提高抽样的效率, 加速计算结果的收敛。

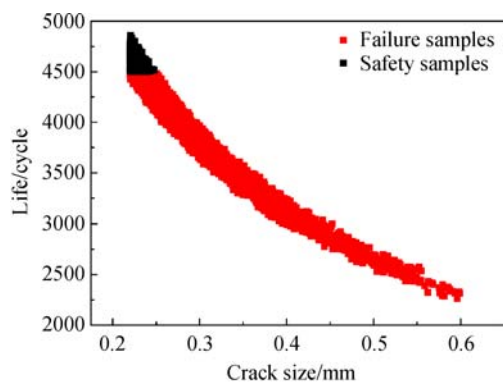


图 8 重点采样法的样本分布

Fig. 8 Samples distribution of importance sampling method

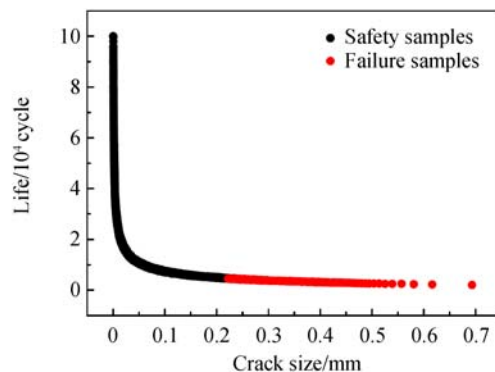


图 9 直接抽样法的样本分布

Fig. 9 Samples distribution of direct sampling method

6 涡轮盘概率风险评估结果

根据文中给出的涡轮盘概率风险评估方法, 应用重点采样法缩小抽样区间、应用响应面函数计算裂纹扩展寿命, 可以获得在不同低循环疲劳寿命下的涡轮盘的失效概率风险值, 如图 10 所示。图中用三角形符号描述的曲线代表涡轮盘榫槽处的失效概率风险值; 用方形符号描述的曲线代表可接受的设计目标风险值。从图中可以看出涡轮盘安全寿命为 4500 个循环对应的失效概率风险值为 3.82×10^{-6} /飞行小时, 低于设计目标风险值: 4.5×10^{-6} /飞行小时, 因此该寿命值是可以接受的。

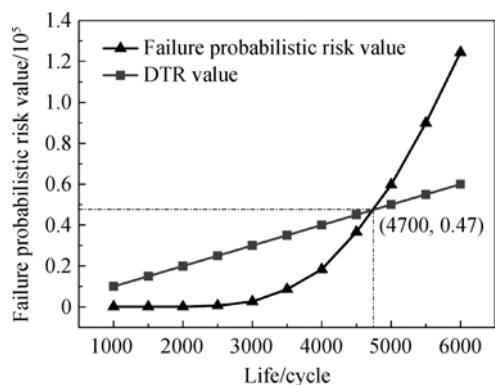


图10 不同低循环疲劳寿命下的涡轮盘
失效概率风险值

Fig. 10 Turbine disk failure probabilistic risk value
under different low cycle fatigue lives

7 小 结

1) 在限寿件概率风险评估中,应用 ANSYS 概率设计平台,评估材料、载荷的分散性对应力的影响,获得应力最大点处的应力分布,该方法较传统的安全系数法更科学、严谨。

2) 针对直接抽样法效率低、收敛慢等问题,应用响应面法构建涡轮盘极限状态函数,获得失效域区间,将蒙特卡洛抽样重心转移到失效域,可以显著提高抽样效率,分析结果表明:直接抽样法中的失效样本与安全样本的样本比例为 $N_{\text{failure}}/N_{\text{safety}} \approx 0.49$;重点采样法中的安全样本与失效样本的样本比例为 $N_{\text{failure}}/N_{\text{safety}} \approx 15$ 。

3) 针对传统的涡轮盘裂纹扩展寿命计算过程复杂、时间成本高的问题,本文利用拟合响应面函数来代替传统的裂纹扩展寿命计算模型,计算精度误差分析表明:响应面函数的计算误差集中在 $[0.008\%, 1.0\%]$ 之间,有较高的预测精度;另一方面,在蒙特卡洛模拟过程中,利用响应面函数计算裂纹扩展寿命,可以极大地提高分析效率。仿真分析结果表明:应用 Pairs 公式计算 10^4 个样本的寿命所需时间为 288 min;而采用响应面函数计算 10^4 个样本的寿命仅需要 2 min。

4) 针对涡轮盘概率风险评估,应用重点采样法进行随机抽样,并应用响应面函数计算每个随机样本的裂纹扩展寿命可以极大地提高分析效率,分析结果表明应用重点采样法与响应面函数法评估涡轮盘的失效概率风险值与精确解的误差仅有 0.043,分析时间仅需 2 min。

参考文献:

[1] United State Department of Transportation, Federal Avia-

tion Administration. Advisory circular 33. 70-1; guidance material for aircraft engine-life-limited parts requirements [R]. Washington DC:FAA, 2009.

[2] National Transportation Safety Board. Aircraft accident report: United Airlines Flight 232, McDonnell Douglas DC-10-10, Sioux Gateway Airport, Sioux City, Iowa, July 19, 1989[R]. Washington DC: National Transportation Safety Board, NTSB/AAR-90/06, 1990.

[3] National Transportation Safety Board. Aircraft accident report: uncontained engine failure, Delta Air Lines Flight 1288, McDonnell Douglas MD-88, N927DA, Pensacola, Florida, July 6, 1996[R]. Washington DC: National Transportation Safety Board, NTSB/AAR-98/01, 1996.

[4] 廖敏辉, 柴光远. 蒙特卡洛法在液压系统可靠性设计中的应用[J]. 机床与液压, 2013, 41(11): 194-196.

LIAO Minhui, CHAI Guangyuan. Application of Monte Carlo simulation in the reliability design of hydraulic system[J]. Machine Tool and Hydraulics, 2013, 41(11): 194-196. (in Chinese)

[5] 胡肖肖, 李育隆, 吴宏. 基于蒙特卡罗法的航空发动机稳态空气系统网络计算[J]. 航空发动机, 2014, 40(6): 28-32.

HU Xiaoxiao, LI Yulong, WU Hong. Aeroengine steady air system calculation based on Monte Carlo method[J]. Aeroengine, 2014, 40(6): 28-32. (in Chinese)

[6] 朱本仁. 蒙特卡洛方法引论[M]. 济南: 山东大学出版社, 1987: 30-42.

[7] 王进玲, 曾声奎, 马纪明. 基于 MCMC 的模糊自适应重要抽样法[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(2): 317-322.

WANG Jinling, ZENG Shengkui, MA Jiming. Fuzzy adaptive importance sampling method based on MCMC[J]. System Engineering and Electronics, 2012, 34(2): 317-322. (in Chinese)

[8] 刘建平, 方越峦. 分层抽样层界限确定方法研究[J]. 统计与决策, 2012(3): 9-11

LIU Jianping, FANG Yueluan. A method of determining the layer boundaries in stratified sampling[J]. Statistics and Decision, 2012(3): 9-11. (in Chinese)

[9] Lavenberg S S, Welch P D. A perspective on the use of control variables to increase the efficiency of Monte Carlo simulations[J]. Management Science, 1981, 27(3): 322-335.

[10] 张峰, 吕震宙. 一种基于混合遗传算法优化的截断重要抽样法[J]. 应用力学学报, 2009, 26(1): 190-193.

ZHANG Feng, LÜ Zhenzhou. An importance sampling method based on hybrid genetic algorithm[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2009, 26(1): 190-193. (in Chinese)

[11] Karamchandani A, Bjerager P, Cornell C A. Adaptive importance sampling[C]// Proceeding of International Conference on Safety and Reliability. San Francisco: American Society of Civil Engineers, 1989: 855-862.

[12] 陈勇, 宋迎东, 高德平, 等. 热、机械载荷作用下夹杂对应力强度因子的影响[J]. 计算力学学报, 2005, 22(6): 776-

779.
CHEN Yong, SONG Yingdong, GAO Deping, et al. Effects of inclusion on the stress intensity factor under thermo-mechanical loads[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2005, 22(6): 776-779. (in Chinese)
- [13] 毋玲, 孙秦. 含 MSD 结构应力强度因子半解析数值算法研究[J]. 西北工业大学学报, 2003, 21(2): 214-217.
WU Ling, SUN Qin. A better method for determining SIF of MSD structure[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2003, 21(2): 214-217. (in Chinese)
- [14] Wu Y T, Enrighe M P, Millwater H R. Efficient and accurate methods for probabilistic analysis of titanium rotors [C]//Proceedings of the 8th ASCE Joint Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability. South Bend, Indiana, US; University of Notre Dame, 2000: 200-221.
- [15] Wu Y T, Enright M P, Millwater H R. Probabilistic methods for design assessments of reliability with inspection[J]. AIAA Journal, 2002, 40(5): 937-946.
- [16] 吕大刚, 贾明明, 李刚. 结构可靠度分析的均匀设计响应面法[J]. 工程力学, 2011, 28(7): 109-115.
LÜ Dagang, JIA Mingming, LI Gang. Uniform design response surface method for structural reliability analysis [J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(7): 109-115. (in Chinese)
- [17] Kathleen M C, Natalia Y K, Jeff R. Response surface methodology[R]. Computational Analysis of Social and Organizational System Technical Report CMU-ISRI-04-136, 2004.
- [18] 魏大盛, 杨晓光, 王延荣. 基于缺陷概率特点的粉末冶金材料寿命预测概率模型[J]. 航空动力学报, 2005, 20(6): 951-957.
WEI Dasheng, YANG Xiaoguang, WANG Yanrong. A probabilistic model for prediction of life based on probabilistic character of defects in PM alloys[J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(6): 951-957. (in Chinese)
- [19] 李辉, 白广忱. 基于响应面法的涡轮盘低循环疲劳可靠性分析方法[J]. 航空发动机, 2008, 34(1): 28-31.
LI Hui, BAI Guangchen. Reliability analysis of low cycle fatigue of turbine disc based on response surface method [J]. Aeroengine, 2008, 34(1): 28-31. (in Chinese)
- [20] 赵国藩. 工程结构可靠性理论与应用[M]. 辽宁 大连: 大连理工大学出版社, 1996.
- [21] 魏大盛, 王延荣, 王相平, 等. 基于应力循环特征的裂纹萌生寿命预测方法[J]. 航空动力学报, 2012, 27(10): 2342-2347.
WEI Dasheng, WANG Yanrong, WANG Xiangping, et al. Life prediction method based on characteristic of cyclic stress[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(10): 2342-2347. (in Chinese)

(编辑: 陈 越)